Dispositivo virtual para desarrollar pensamiento lógico con contenidos matemáticos en la escuela secundaria

Falsetti, Marcela, Álvarez, Marisa, Maidana, Matías, Rodríguez, Miguel.
Doctor, UNGS, Malvinas Argentinas, Argentina, Especialista,UNGS, Malvinas Argentinas, Argentina, Magister,UNGS, Malvinas Argentinas, Argentina, Licenciado, UNGS, Malvinas Argentinas, Argentina.
mfalse@campus.ungs.edu.ar, malvarez@campus.ungs.edu.ar, mmaidana@campus.ungs.edu.ar , marodriguez@campus.ungs.edu.ar

Asignaturas: Matemática, TIC

Nombre del eje: Uso de herramientas tecnológicas aplicadas a la educación

Resumen: En este artículo proponemos un dispositivo online para fomentar el razonamiento deductivo condicional desde una perspectiva semántica, con contenido matemático, para clases virtuales, presenciales o híbridas. Se trata de un recurso multimedial, cuyo desarrollo se realizó en el marco de una investigación interpretativa sobre la enseñanza del razonamiento deductivo en la escuela secundaria en clases de matemática y fue motivado por las condiciones de aislamiento social impuestas durante la pandemia COVID 19 en los años 2020 y 2021 en nuestro país. En este trabajo mostramos algunos criterios que se tuvieron en cuenta para la elaboración de las tareas contenidas en el dispositivo y se analiza brevemente la Teoría de Modelos Mentales y la Teoría de Registros Semióticos como marco para pensar esas tareas.

Palabras clave:
Didáctica de la matemática; Educación secundaria superior; Enseñanza virtual; Genially; Registro semiótico; Teoría de Modelos Mentales; Teoría Cognitiva de Aprendizaje Multimedia; Razonamiento deductivo.

1. Introducción

La escuela secundaria tiene una función importante en el mejoramiento del desarrollo intelectual de los estudiantes. Como parte de ese desarrollo se encuentra el pensamiento deductivo y en particular la inferencia, que permite interpretar y combinar datos e información para extraer conclusiones o hacer explícito aquello que está contenido en las frases informativas o premisas. Además, es fundamental en la práctica argumentativa así como en la capacidad de tomar decisiones racionales. La importancia que el sistema educativo mundial da a la formación matemática como fundamental para una formación integral, ha inculcado en la pedagogía de esta ciencia múltiples desafíos: enseñar a calcular, a aplicar técnicas y procedimientos, a resolver problemas y fundamentalmente a razonar. Los diseños curriculares vigentes de la escuela secundaria, en particular de la pcia. de Bs. As, (Dirección General de Cultura y Educación, 2010) refieren vagamente al aprendizaje del razonamiento deductivo, se podría considerar que se incluye como parte de una actividad matemática más compleja como conjeturar y validar pero no hay recomendación sobre enseñar inferencias básicas ni esquemas lógicos. Si bien el desarrollo del pensamiento lógico no es privativo del campo de la educación matemática, algunas investigaciones prueban el beneficio de la formación matemática en la capacidad de razonamiento deductivo. Autores como Inglis y Simpson (2008), Lehman y Nisbett (1990) han realizado estudios de campo con experimentaciones que evidencian un mejor desempeño en el razonamiento inferencial condicional de aquellos estudiantes que tienen mayor formación matemática respecto de los que no la tienen. En las clases de matemáticas, los razonamientos deductivos se ven favorecidos en los procesos de argumentación que se desarrollan en el intercambio con otros mediante el debate entre pares mediado por el docente (Arsac, Chapiron, Colonna, 1992), pero el aislamiento social de los años 2020 y 2021 en Argentina, obligó a docentes e investigadores en didáctica de la Matemática a pensar en cómo incorporar nuevos recursos y maneras de interactuar. En el marco de una investigación sobre la enseñanza del razonamiento deductivo en clases de la escuela secundaria del conurbano bonaerense, la restricción sanitaria nos obligó a pensar el diseño y desarrollo de una herramienta online multimedial basándonos en la Teoría Cognitiva del Aprendizaje Multimedial (Mayer, 2005) para promover razonamientos deductivos y a preguntarnos si es posible activar procesos de pensamiento lógico con este tipo de recurso.

El aporte de este artículo es mostrar un recurso didáctico tecnológico, desarrollado con *Genially*, para encarar la enseñanza del razonamiento deductivo desde una perspectiva semántica, mediante un dispositivo tecnológico con contexto matemático. Nos focalizamos principalmente en las estructuras condicionales: modus ponens (MP), modus tollens (MT) y las falacias asociadas, afirmación del consecuente (AC) y negación del antecedente (NA). Para el diseño de las actividades se tuvo en cuenta la Teoría de Registros de Representaciones Semióticas de Duval (1998) y la Teoría de Modelos Mentales (TMM) de la psicología cognitiva (Johnson-Laird y Byrne, 1992) que explica que el individuo razona pensando en posibilidades de ocurrencia de lo presentado en las premisas y en modelos mentales de los significados de la información que se encuentra en ellas. Los modelos mentales de los conceptos son representaciones del individuo que subyacen a las imágenes, la verbalización y las acciones en torno al objeto presente en los enunciados. El sujeto elabora estas componentes y las vincula. Cuando decimos objeto, nos referimos no sólo a conceptos sino también a la estructura de las frases. O sea, que podemos hablar de modelo mental del enunciado disyuntivo o el condicional. La teoría explica también que el razonamiento deductivo se lleva a cabo en etapas: la construcción de los modelos del contenido de las premisas, la combinación de los datos de las premisas, la formulación de la conclusión en base a modelos que la satisfacen y la constatación de su validez mediante la búsqueda de otros modelos alternativos. El acercamiento a la estructura condicional que planteamos es mediante la contextualización con temas matemáticos y no mediante el enunciado de reglas a priori. Presentamos también un breve análisis de las experiencias piloto realizadas.

2. Marco Teórico

2.1. En relación con el razonamiento deductivo

Razonar deductivamente es un proceso mental que vincula información expresada en frases (premisas), referidas a conceptos, conectadas o afectadas por conectores lógico-lingüísticos (si…entonces, o, y, no), y da lugar a una conclusión que no introduce un concepto nuevo, sino una relación nueva entre los conceptos ya introducidos por las premisas, mediante predicados también introducidos en ellas. La importancia de este proceso radica en la organización de la información y en los indicios que la conclusión brinda para la acción, la decisión o la validación del conocimiento no experimental. Para precisar cómo se vincula la información y cómo se llega a la conclusión hay diferentes posturas; para algunos autores es en base a reglas lógicas formales (Ayalón y Even, 2007) y en cambio para otros es mediante modelos mentales de las interpretaciones ya sea del contenido de las premisas o de la forma en que se presentan esas premisas ligadas por sus conectores (Johnson-Laird, 2006). En la Teoría de Modelos Mentales (TMM) se sostiene que el individuo infiere deductivamente mediante modelos mentales.La Teoría de Modelos Mentales (TMM) sostiene algunos principios sobre el razonamiento (Johnson-Laird y Byrne, 1992):

- La validez de un razonamiento deductivo consiste en asegurar que su conclusión vale en todas las posibilidades en que las premisas valen, y eso garantiza que la conclusión es verdadera cuando las premisas lo son y es inválido si hay un contraejemplo, es decir una posibilidad consistente con las premisas, pero no con la conclusión. La construcción del contraejemplo es una estrategia usual en los individuos que no son expertos en Lógica (Johnson-Laird y Hasson, 2003) y es uno de los pilares para la construcción del modelo explícito del razonamiento deductivo.
- El individuo razona intentando eliminar información y sobre posibilidades que le resultan plausibles, es decir no razona sobre lo falso o imposible. Cuando un razonamiento incluye demasiada información o modelos de sus premisas en la memoria de trabajo, se dificulta obtener una conclusión o las conclusiones pueden presentar inconsistencias. Según Johnson-Laird “la memoria de trabajo [...] es donde mantenemos cosas en la mente mientras trabajamos con ellas” (2006, p. 65).
- La deducción es un proceso en estadios que son: interpretación y representación inicial de las premisas; combinación e integración de las interpretaciones en un modelo simplificado; formulación de una conclusión informativa; búsqueda de un modelo alternativo (Johnson-Laird y Byrne, 1992). La veracidad de la conclusión inicial transitoria obtenida en el proceso anterior depende de encontrar, o no, modelos alternativos que la refuten, inspirados en las premisas y que hagan falsa la conclusión obtenida. En caso de que no haya modelo alternativo, el sujeto considera que su razonamiento es válido. En caso contrario, los sujetos retomarán algún estadio.

Los modelos del condicional según la TMM son los de la Tabla 1:

Tabla 1

Modelos del condicional $p \rightarrow q$ según la TMM.

Modelo inicial	Modelo implícito	Modelo explícito
p q (o bien p ∧ q)	*p q* …	*p q* *-p q* *-p -q*

Fuente: Elaboración propia a partir del libro *Deduction*. Johnson-Laird, Ph, Byrne, R. (1992).

“*p q*” es el modelo inicial de una conjunción, valen p y q en forma simultánea. En el modelo implícito los puntos suspensivos “...” significan que el individuo sabe que no se concluyen las posibilidades con la conjunción *p* *q* aunque no explicita las posibilidades cuando la negación de *p* es verdadera. En el modelo explícito, cada línea es un modelo de conjunción que incluye casos en que *p* es falsa, o sea, su negación, *-p* es verdadera (Johnson-Laird et al., 1992).

Uno de los errores comunes es asimilar el razonamiento condicional al bicondicional o doble implicación: p si y sólo si q (O' Brien, 1973, Johnson-Laird, 1995), cuyo modelo es:

p q

-p -q

2.2 En relación con el uso de materiales tecnológicos y multimediales

Para el material hipermedial que diseñamos se han tenido en cuenta aportes de la Teoría Cognitiva del Aprendizaje Multimedial (CTML, en inglés) (Mayer, 2005; Mayer, 2009) que sostiene que el hipermedia debe adecuarse a los procesos cognitivos, como el procesamiento esencial, por el cual se selecciona la nueva información representada en la memoria de trabajo, y el generativo, por el cual se organiza la información nueva, o los nuevos enfoques de tratamiento de una ya conocida, a un esquema mental anterior. La TCAM también nos orientó sobre qué tener en cuenta para la hipermedia y la interactividad. Para el primero: integrar imágenes, palabras, videos, distintos formatos de presentación y cumplir las condiciones de flexibilidad, adaptabilidad, estructura modular, orientación y ayuda para el uso de la herramienta. Para la interactividad: ofrecer al usuario la posibilidad de que responda y complete las actividades en el instrumento tecnológico y reciba orientaciones, ayudas y explicaciones sobre cómo realizar las tareas matemáticas propuestas.

2.3. Registros semióticos en la presentación de las tareas.

La Teoría de Registros de Representaciones Semióticas de Duval (1998), establece en sus investigaciones que los objetos matemáticos sólo son accesibles mediante sus respectivos registros de representación. Además plantea que para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación debe permitir tres actividades cognitivas: a) la formación de una representación identificable, b) el tratamiento, que es la transformación dentro del mismo registro de representación y c) la conversión, entendiéndose como el pasaje de un registro a otro por medio de una transformación. En relación con el tratamiento de funciones, que es el contenido que abordamos, Duval (2006) explicita que se aprende cuando se establecen redes de características visuales distintivas mediante la conversión entre lo gráfico y la expresión algebraica de la función. Al momento de diseñar las actividades propuestas en el proyecto, hemos considerado la importancia de tener en cuenta los registros de representación semiótica de las funciones cuadráticas como medio para favorecer el razonamiento deductivo proponiendo tareas basadas en la coordinación continua entre los registros gráficos y algebraicos ya que de lo contrario, como lo manifiesta Duval (2006), sin esta coordinación, dos representaciones diferentes significarían dos objetos distintos, sin ninguna relación entre ambos.

3. El dispositivo y su diseño

El dispositivo se desarrolló en torno a un tema de las clases de matemáticas del cuarto y quinto año: función cuadrática. Las tareas refieren al tema matemático y no presentan situaciones problemáticas donde la función cuadrática tiene que aplicarse. Creemos que esto atiende a disminuir la complejidad de la interpretación y el contenido en la memoria de trabajo. Para el diseño se utilizó la plataforma

Genially que es un software en línea, de acceso libre y gratuito (https://es.wikipedia.org/wiki/Genially). Aunque el dispositivo es autocontenido, para su mejor aprovechamiento es conveniente un conocimiento básico de la función. El material se divide en tres bloques o módulos En todos los bloques se incluyen una guía de navegación, un índice vinculado a páginas, videos explicativos de las cuestiones básicas mencionadas. La división en bloques se realizó con el propósito de secuenciar la complejidad. Mediante este recurso la enseñanza está orientada por actividades que se le proponen al usuario con hipervínculos que permiten retroalimentación. Del Genially hemos aprovechado, en todos los bloques, la posibilidad de: a) incorporar ventanas emergentes a requerimiento del usuario, b) incorporar etiquetas, c) incorporar juegos de decisión internos y externos al software, d) embeber formularios u otros tipo de documentos en los que el estudiante pueda responder online de manera más acabada y el profesor tenga luego acceso a lo respondido, e) permitir dejar registro de la respuesta en la nube para que el profesor luego pueda acceder a ella, f) incorporar videos, g) restringir acceso a páginas del material para evitar que el usuario acceda a las respuestas sin previo intento. Podríamos decir entonces que se trata de un dispositivo de interactividad media, de tipo explorativa (Aceituno, 2022).

El Bloque 1 es introductorio, pone al estudiante en conocimiento de los significados de los símbolos, conceptos y procedimientos que se utilizarán en todos los bloques. Sus objetivos son: revisar temas y acordar vocabulario y escritura: simetría de la parábola: puntos simétricos - puntos que satisfacen la fórmula y su correlato gráfico - relacionar gráfico fórmula.

El Bloque 2 tiene por objetivos: extraer información de las premisas dadas en diferentes registros; familiarizarse con expresiones discursivas condicionales; estudiar validez de afirmaciones; construir contraejemplos. Se han incorporado actividades de gamificación haciendo énfasis en la toma de decisiones. En las últimas tareas del bloque 2 se presentan formulaciones más cercanas a las inferencias básicas, como el modus ponens o modus tollens y sus falacias asociadas.

En el Bloque 3 a los objetivos del Bloque 2 se le agrega particular hincapié en las inferencias condicionales básicas (MP,MT,AC,NA). Este bloque también incorpora gamificación.

Se muestra aquí una actividad del Bloque 2 para evidenciar la intencionalidad didáctica para la inferencia condicional:

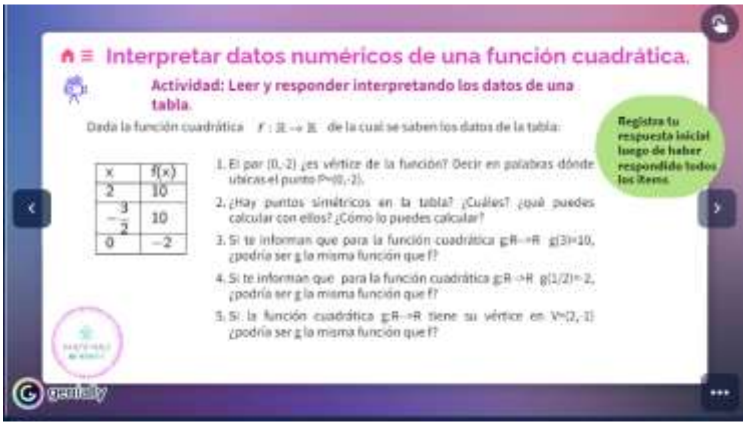

Figura 1-Pantalla de actividad.

En esta actividad se dan datos numéricos sobre una función cuadrática. Las dos primeras preguntas buscan dar una interpretación operativa de los datos: El (0,-2) es el punto donde la parábola intersecta al eje “y”, los puntos (2,10) u (-3/2,10) comparten imagen por lo que son puntos simétricos respecto del eje y con ellos se puede calcular la abscisa del vértice. La actividad pretende construir funciones cuadráticas bajo ciertos requisitos.

En el ítem 3. el esquema lógico que se concluye de los datos es:

Si una función cuadrática f tiene los datos numéricos dados entonces f(3) es distinto de 10

Esto se debe a que por una función cuadrática no más de dos puntos comparten imagen y aquí ya hay dos: 2 y -3/2.

La pregunta se refiere a una función cuadrática g que cumple g(3) = 10, ¿puede ser f? Se trata de la negación del consecuente en la frase anterior, es decir un modus tollens por lo que entonces g no es f. Se espera que los estudiantes contesten que no puede ser f porque al ser una función cuadrática no hay tres abscisas distintas que comparten una misma imagen.

Para el ítem 4, una respuesta posible es que no se sabe si g puede ser f porque no aparece en la tabla la imagen f(½). Sin embargo, este valor se puede calcular con los datos y efectivamente es f(½) = 2. Luego de este cálculo, el esquema lógico es:

Si una función cuadrática f tiene los datos numéricos dados entonces f(1/2)=2.

Al afirmar que g(½) es 2 y preguntar si podría ser f, se presenta un esquema de afirmación del consecuente. Es fácil construir una función cuadrática, o mostrarla por gráfico, que cumpla el consecuente y no el antecedente. Así que la función g podría ser igual a f, o no. Una formulación de la pregunta más precisa sería: ¿Es g necesariamente igual a f? pero preferimos preguntar de ese modo para que se repitiera la pregunta en los tres ítems, bajo condiciones distintas.

El ítem 5 es también un modus tollens, más explícito que el item 3. El vértice de la función f no está dado en la tabla pero a partir de ella puede calcularse y vale 1/4. El esquema es:

Si una función cuadrática f tiene los datos numéricos dados entonces su la abscisa de su vértice es xv=¼.

Se informa que g tiene vértice V=(2,-1) pero la abscisa de este punto difiere de ¼, por lo tanto no puede ser f.

3.1 Implementación y análisis de una producción

El material fue puesto a prueba en cuatro cursos de escuela secundaria de cuarto y quinto año, de gestión privada y pública para realizar los ajustes correspondientes. En todos los casos se trabajaron en el aula para observar su uso. Los profesores voluntariamente se ofrecieron a llevarla a cabo. Lamentablemente pudo hacerse en forma parcial porque los profesores debían continuar con sus programaciones curriculares. En la implementación hubo una resistencia inicial de los alumnos y las alumnas pues el material los “corría de su zona de confort”, no sólo tenían que empezar a usar la herramienta tecnológica, sus enlaces, completar tareas online, etc. sino que además se les introdujo un lenguaje preciso y específico con “muchas palabras difíciles”, como ellos indicaban, otros procedimientos que enriquecían la articulación entre lo gráfico y lo analítico. Pero a medida que transcurrió la experiencia, se familiarizaron y se motivaron, pues el material era distinto a lo que estaban acostumbrados y eso los interpeló, obligándolos a concentrarse en las respuestas, la comprensión de los enunciados, de los conceptos y procedimientos involucrados. También los motivó “jugar” con cosas matemáticas de su nivel en algunas páginas de gamificación en el Bloque 2 provocando que vuelvan a incursionar en dicha sección.

Reportamos una experiencia piloto realizada bajo la supervisión de una profesora en un curso de quinto año de escuela pública del conurbano. Los estudiantes trabajaron por su cuenta con cada bloque en el aula. A continuación, analizamos las consignas de una de las tareas del bloque 2 (Fig2), en diálogo con la producción de un estudiante del ciclo superior de la escuela secundaria.

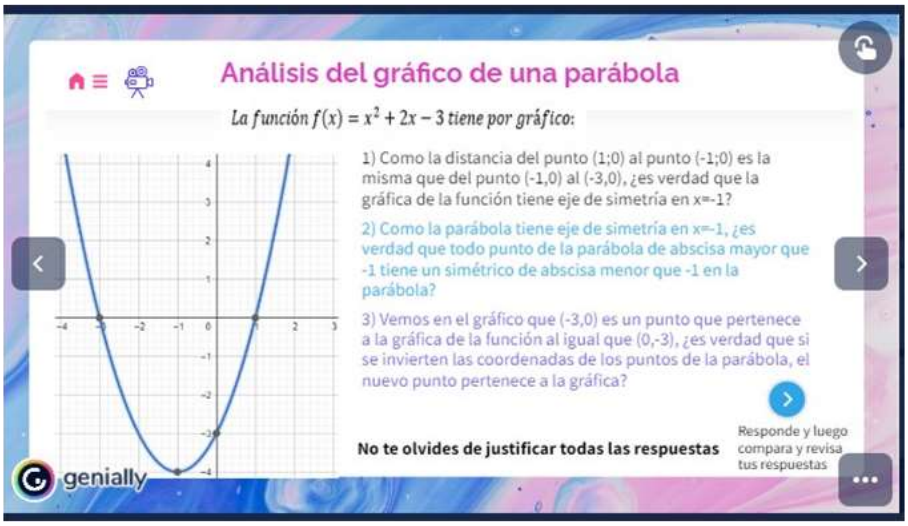

Figura 2. Bloque 2. La parábola se agranda clickeando sobre el gráfico. Se invita a registrar las respuestas para obtener un código y desbloquear la página de respuestas.

La pregunta 1) (Fig. 2) apunta a confirmar que x=-1 es el eje de simetría de la parábola y a recordar que la abscisa x=-1 es promedio, en este caso, de las dos raíces por la simetría de la curva. El esquema condicional de su formulación es: “Si la función cuadrática f es la dada gráficamente, en el que (-3,0) y (1,0) son puntos del gráfico simétricos a (-1,0), entonces x=-1 es el eje”. En la Figura 3, vemos que el estudiante realiza un gráfico a mano alzada muy impreciso en el que el eje no “luce” en x=-1, por lo que su respuesta no se basa en los atributos de simetría de su dibujo, sino en la observación de que los puntos (-3,0) y (1,0) son confirmados de la gráfica y en lo trabajado numéricamente sobre puntos simétricos de una parábola en el bloque anterior (Fig. 2). Este tipo de consigna, obliga al estudiante a “correrse” de la fórmula xv=-b/2a y a aprovechar la condición analítica de la simetría de una parábola.

La pregunta 2) (Fig. 2), tiene el esquema: “Si x=-1 es la ecuación del eje de simetría de la función del gráfico, entonces un punto de la gráfica en uno de los semiplanos determinados por el eje tiene su simétrico en el semiplano opuesto”. La información de que x=-1 es el eje es ahora el antecedente. Los semiplanos que la recta determina están presentados en términos de puntos de abscisa mayor o menor que x=-1 sin embargo el estudiante interpreta la simetría con un criterio espacial diciendo “a derecha” y “a izquierda” (Fig. 3).

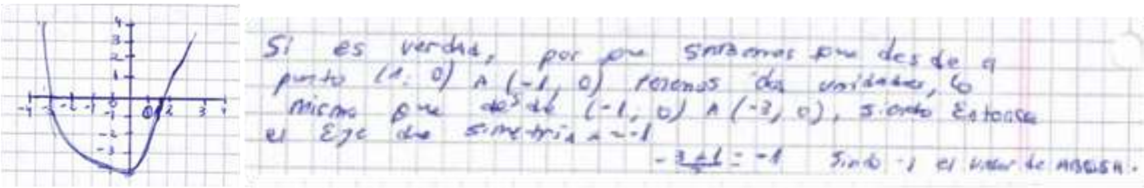
Si es verdad, porque sabemos que desde el punto (1, 0) a (-1, 0) tenemos dos unidades, lo mismo que desde (-1, 0) a (-3, 0), siendo Entonces el Eje de simetría x=-1
$-\frac{3+1}{2}=-1$ Siendo -1 el valor de abscisa.

Figura 3 - Respuesta a pregunta 1. Interpretación de la simetría de la parábola en términos numéricos.

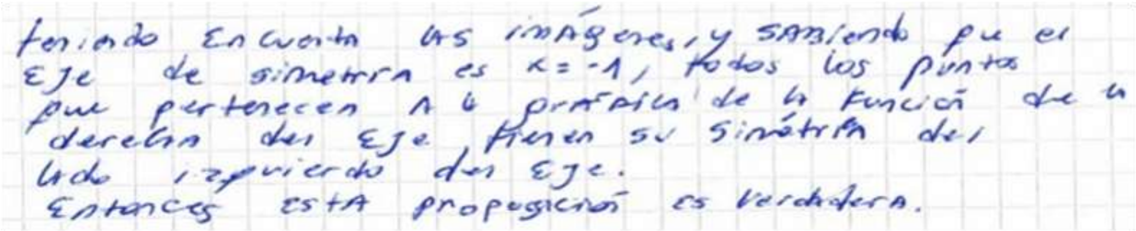
teniendo En cuenta las imágenes, y sabiendo que el Eje de simetría es x=-1, todos los puntos que pertenecen a la gráfica de la Función de la derecha del Eje, tienen su simétrica del lado izquierdo del Eje.
Entonces esta proposición es verdadera.

Figura 4 - Respuesta a pregunta 2. Interpretación de la simetría en términos espaciales.

El estudiante acompaña su respuesta con un gráfico a mano alzada, es decir que el gráfico pasa a ser una herramienta de pensamiento.

La pregunta 3) (Fig. 2) apunta a descartar la relación de simetría entre puntos de una parábola con simetría de componentes del par ordenado; apunta también a poner atención a que la inducción no siempre lleva a una conclusión válida. El esquema formal del planteo es: “Si (-3,0) y (0,-3) son puntos de la parábola entonces (x,0) y (0,x) son puntos de la parábola, para todo x”. Este esquema formal no es presentado en el material a esta altura porque dificultaría la comprensión. Para mostrar que el enunciado es falso, basta mostrar un par de puntos de la forma (x,0) y (0,x) y que no sean puntos de la parábola. Esta construcción consiste de dos partes, una consistente con encontrar el par de puntos (x,0) y (0,x) y la otra no consistente con que sean puntos de la parábola. Hemos observado que esta conjunción no es evidente para los estudiantes construirla, en el protocolo hay confusión al explicar en el primer párrafo (Fig. 5), pero se clarifica al final cuando expresa: “con encontrar al menos un punto”. El registro gráfico permite construir un contraejemplo mostrando concretamente cuáles puntos no pertenecen a la parábola.

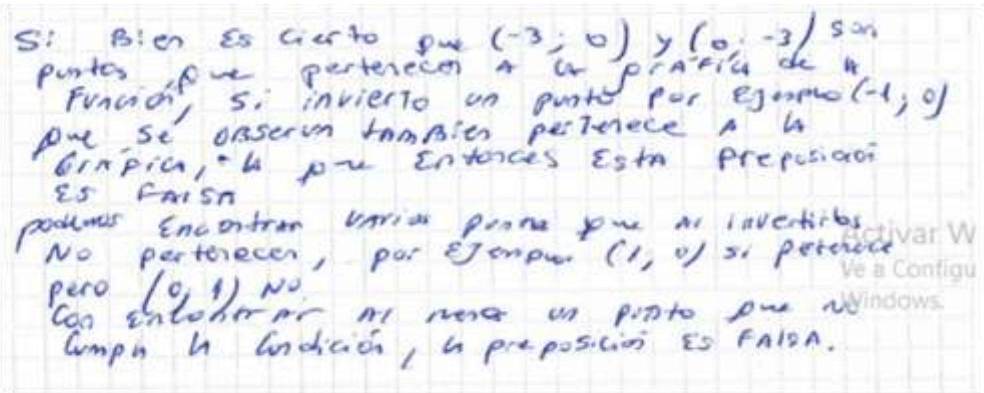
Si Bien Es cierto que (-3; 0) y (0; -3) son puntos que pertenecen a la gráfica de la Función, si invierto un punto por Ejemplo (-1; 0) que se observa también pertenece a la Gráfica, ~~la~~ lo que Entonces Esta proposición Es Falsa
podemos Encontrar varios puntos que al invertirlos No pertenecen, por Ejemplo (1, 0) si pertenece pero (0, 1) No.
Con encontrar al menos un punto que no cumpla la condición, la proposición Es FALSA.

Figura 5 - Respuesta a pregunta 3. Construcción de contraejemplo

4. Conclusiones

El tipo de tareas propuestas en el dispositivo son enfocadas a la estructura y validez del razonamiento y a orientar al usuario a la construcción del modelo explícito del condicional desde los significados que se construyen por el contenido (Johnson-Laird y Byrne, 1992). Invita a desarrollar el lenguaje específico y simbólico y la argumentación.

De las experiencias realizadas notamos que un recurso interactivo de este tipo, aunque no reemplaza la riqueza del intercambio entre pares o del debate en la clase, complementa la propuesta del docente, desafía y motiva al estudiante, se puede implementar con una población amplia y heterogénea, sirve tanto para clases virtuales como presenciales, se consiguen variedad de producciones, combina fácilmente registros semióticos. En la producción del estudiante presentada advertimos el estadío de formulación de una conclusión y la de analizar posibilidades en las ocurre lo que la afirmación declara (Fig. 4) o no ocurre (Fig. 5), dando lugar al contraejemplo en este caso, lo cual, como ya fue señalado, es un punto crucial en la construcción de la racionalidad deductiva. Por otro lado, notamos también que la fluidez en la transformación de registros mejora el acceso a pensar posibilidades de validez para el razonamiento y creatividad para elaborar contraejemplos.

Bibliografía.

Aceituno, M.L. (28 de octubre 2022) Seminario de producción multimedia. http://libros.uvq.edu.ar/spm/525_niveles_de_interactividad.html

Arsac, G., Chapiron, G., Colonna, A., Germain, G., Guichard, Y., Mante, M. (1992) Initiation au *raisonnement déductif au collège. Presses universitaires de Lyon. IREM.* https://books.google.com.ar/books?id=C5SR72GzzWgC&printsec=frontcover&dq=inauthor:%22Alain+Colonna%22&hl=es&sa=X&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false

Ayalon, M., Even, R. (2007) Mathematics learning and the development of general deductive reasoning. *Proceedings of the V Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME). Larnaca, Cyprus.

DGCyE (2010). Diseño curricular para la Educación Secundaria Ciclo Superior ES4: Matemática. Buenos Aires. La Plata.

DGCyE (2010). Diseño curricular para la Educación Secundaria Ciclo Superior ES5: Matemática. Buenos Aires. La Plata.

DGCyE (2010). Diseño curricular para la Educación Secundaria Ciclo Superior ES6: Matemática. Buenos Aires. La Plata.

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Hitt F.(Ed.), Investigaciones en Matemática Educativa II, 173–201. México. Cinvestav.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 9(1), 143-168.

Genially (28 de octubre 2022) *Wikipedia. La enciclopedia libre*. https://es.wikipedia.org/wiki/Genially

Inglis, M. y Simpson, A. (2008). Conditional inference and advanced mathematical study.
Educational Studies in Mathematics, 67 (3), pp. 187-204.

Johnson-Laird,Ph, Byrne, R. (1992a). *Deduction*. Lawrence Erlbaum Associates Ltd., Publishers.

Johnson-Laird, P., Byrne, R. y Shaeken, W. (1992b). Propositional deduction by model. *Psychological*

Review, Vol.99, Nro.3, 418-439

Johnson-Laird, P. (1999). Deductive Reasoning.*Annu. Rev. Psychol.* 50,109.35

Johnson-Laird, P. N., & Byrne, R. M. J. (2002). Conditionals: a theory of meaning, pragmatics, and inference. *Psychological Review,* 109, 646-678.

Johnson-Laird, P.N. & Uri Hasson (2003) Counterexamples in sentential reasoning. *Memory and Cognition*. 31 (7). 1105-1113.

Johnson-Laird, Ph (2006). *How we reason*. Oxford University Press.

Lehman, D., Nisbett, E. (1990) Longitudinal Study of the Effects of Undergraduate Training on Reasoning. *Developmental Psychology* Vol. 26, No. 6, 952-960

Mayer, R. E. (2005). Cognitive Theory of Multimedia Learning. En*The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (pp. 31-48). Cambridge University Press.

Mayer, R. E. (2009). *Multimedia Learning.* New York: Cambridge University Press.

O'Brien, T.(1973) Logical thinking in college students.*EducationalStudies in Mathematics*, 5, 71-79.