

Estudio de las Expresiones algebraicas usando GeoGebra para dispositivos móviles

Marta Lía Molina¹, Mabel Claudia Rodríguez Anido², María del Valle Guanuco³, Gabriela Delgado Martínez⁴, Ricardo Francisco Yuste⁵

¹Especialista en entornos virtuales de aprendizaje, Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad Nacional de Tucumán. San Miguel de Tucumán. Argentina, ² Especialista en Investigación educativa. Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad Nacional de Tucumán. San Miguel de Tucumán. Argentina. ³ Magister en enseñanza de la Matemática en el nivel superior. Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad Nacional de Tucumán. San Miguel de Tucumán. Argentina. ⁴ Arquitecta, Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad Nacional de Tucumán. San Miguel de Tucumán. Argentina. ⁵ Arquitecto, Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad Nacional de Tucumán. San Miguel de Tucumán. Argentina

mmolina@herrera.unt.edu.ar, mrodriguezsanido@herrera.unt.edu.ar,

mguanuco@herrera.unt.edu.ar, gabidelm35@gmail.com, fyuste@herrera.unt.edu.ar

Asignatura: Matemática Aplicada

Eje: Gestión de la Innovación Educativa en el aula

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo conocer el impacto que tiene el uso de las aplicaciones móviles de GeoGebra en el aprendizaje del tema de Expresiones algebraicas, en alumnos que participan en el Proyecto de extensión "Fortaleciendo las Trayectorias en el nivel secundario de contenidos matemáticos desde la perspectiva de resolución de problemas apoyados con GeoGebra", enmarcada en el Proyecto Fortaleciendo trayectorias matemáticas en el Programa Voluntariado: Sigamos Estudiando -2021 organizado por la Secretaría de Políticas Universitarias del Ministerio de Educación de la Nación.

Esta experiencia se llevó a cabo en la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad Nacional de Tucumán por docentes de la Cátedra de Matemática Aplicada de esta Facultad.

La investigación fue de tipo descriptiva. Para recabar la información sobre la valoración de los alumnos respecto a esta experiencia se implementó una encuesta online compuesta por 13 ítems organizados en tres secciones: Utilización del programa GeoGebra, Evaluación del material didáctico elaborado y Metodología de enseñanza con GeoGebra con celular.

De acuerdo a los resultados obtenidos podemos decir que existe una valoración positiva por parte de las/los estudiantes, sobre los materiales elaborados, las actividades y la metodología empleada apoyada con GeoGebra en el celular.

Con los resultados obtenidos a partir de este trabajo, se mejoraron los materiales, actividades y metodología de enseñanza apoyadas con GeoGebra desde el celular de las restantes unidades temáticas que abarca este Proyecto de extensión.

Palabras claves: Aprendizaje móvil, Usabilidad móvil, Enseñanza de la Matemática, GeoGebra para celular.

1. Introducción

Uno de los aspectos fundamentales en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática es el uso de tecnología, más específicamente el uso de un software. A través de éste podemos proveer a las/los alumnos de niveles de comprensión en base a la visualización, a la exploración de objetos matemáticos en entornos multimedia y al desarrollo de ciertas habilidades matemáticas (Barahona, Barrera, Vaca e Hidalgo, 2015).

El hecho de que la mayoría del alumnado dispone de un dispositivo móvil, nos brinda la posibilidad de utilizar la aplicación móvil que tiene GeoGebra como una herramienta alternativa para mejorar los conocimientos de Matemática en las/los estudiantes. Existen una cantidad de investigaciones que utilizan GeoGebra, en sus diversas formas, para la enseñanza de la Matemática. Entre ellas Jiménez y Jiménez (2017) realizaron un estudio documental descriptivo relacionado con proyectos y trabajos realizados sobre la problemática del aprendizaje de la Matemática y el uso de recursos tecnológicos en su enseñanza. Entre las conclusiones principales las/los autores proponen usar la mayor cantidad de recursos tecnológicos disponibles para que la/el alumno desarrolle un pensamiento crítico y reflexivo. Entre dichos recursos recomiendan el uso de GeoGebra para crear clases interactivas y amenas.

Otras muestras del uso de GeoGebra en las clases de Matemática se evidencian en: Carrillo (2012); Costa (2011), Fiallo y Parada (2014); García, Martínez y Flores (2018); Garelik y Montenegro (2015); Pabón, Nieto y Gómez (2015); Ruiz, Del Rivero y Valenzuela (2018); Saucedo, Godoy, Fraire, y Herrera (2014). Si bien cada estudio tiene sus propias características, objetivos, metodología, los resultados permiten abordar a conclusiones similares. Por ejemplo, la/el docente debe tener una idea clara sobre el tipo de tarea que amerita uso de tecnología y qué beneficio puede aportar. A su vez todos los estudios coinciden que es necesaria la orientación de la/el profesor, sobre todo a la hora de formalizar contenidos. Existe una fase de exploración, en la que se usa el recurso tecnológico, predomina la habilidad visual y manipulativa, y la/el alumno puede realizar conjeturas. Luego es necesario la formalización o institucionalización de los contenidos y acá es primordial la presencia de la/el profesor. Otra conclusión común en estas experiencias es la motivación y participación que se logra en la/el alumno cuando usa este tipo de recursos.

Dentro de todas las aplicaciones que tiene GeoGebra elegimos la Suite Calculadora GeoGebra para dispositivos móviles.

Este trabajo tiene como objetivo conocer el impacto que tiene el uso de las aplicaciones móviles de GeoGebra en el aprendizaje del tema de Expresiones algebraicas, en las/los alumnos que participan en el Proyecto de extensión "Fortaleciendo las Trayectorias en el nivel secundario de contenidos matemáticos desde la perspectiva de resolución de problemas apoyados con GeoGebra" enmarcado en el Programa de Voluntariado: Sigamos Estudiando - 2021 organizado por la Secretaría de Políticas Universitarias del Ministerio de Educación de la Nación.

A lo largo de este trabajo se desarrollará brevemente el marco teórico basado en la teoría del Aprendizaje móvil o M-Learning y en la Enseñanza de la Matemática a través de la

Resolución de Problemas, luego se describirán las características del Programa GeoGebra y sus aplicativos móviles, se describirán las actividades implementadas con las/los alumnos para desarrollar el tema propuesto y la metodología diseñada para el análisis del impacto de esta propuesta.

2. Marco Teórico

2.1 Aprendizaje móvil o m-learning

El aprendizaje móvil o m-learning o integración de tecnologías móviles en el contexto educativo, permite a las/los alumnos y docentes la creación de nuevos ambientes de aprendizaje sincrónicos o asincrónicos a través de dispositivos móviles con o sin acceso a Internet.

Existen varias definiciones de mobile learning o aprendizaje móvil, que se complementan entre sí dándoles diferentes enfoques, pero todas relacionan el aprendizaje y la utilización de dispositivos móviles para llevarlo a cabo. Podemos mencionar las siguientes definiciones:

- Metodología docente que se centra en el uso de dispositivos móviles avanzados destacando sus opciones de ubicuidad espacio-temporal, la aparición de nuevos tiempos y escenarios de aprendizaje (Fombona Cadavieco & Rodil Pérez, 2018).
- Extensión del *e-Learning* que permite a las/los usuarios lograr el aprendizaje utilizando dispositivos inalámbricos pequeños y portátiles (Kumar & Mohite, 2018).
- Tipo de aprendizaje que se lleva a cabo a través de dispositivos portátiles que proporcionan a las/los usuarios satisfacer sus necesidades en cuestión de segundos en términos de acceso a datos cambiantes y comunicación con otros sin apearse a nada y en cualquier lugar (Göksu & Atici, 2013)

Una aplicación móvil, aplicación, o comúnmente llamado app (acortamiento del inglés application) es un software diseñado para ser instalado y ejecutado en teléfonos inteligentes, tabletas y otros dispositivos móviles, esto permite a la/el usuario efectuar una tarea concreta de cualquier tipo profesional, de ocio, educativas, de acceso a servicios, etc., facilitando las gestiones o actividades a desarrollar.

Cáceres, Roy y Zachman (2013) afirman que una aplicación informática matemática móvil es un programa educativo creado para resolver una o diferentes situaciones problemáticas específicas de las matemáticas, empleando como plataforma de base, la tecnología del teléfono celular.

2.2 La Resolución de problemas

Un problema no es inherente a una tarea matemática, sino una relación particular entre el individuo y la tarea asignada, la cual involucra el uso adecuado de conceptos matemáticos. Una situación matemática puede ser un problema para algunas/algunos, pero no para otros ya que esto es relativo. Por ejemplo, resolver una ecuación lineal puede resultar sencillo para unos pero complicado para otras/otros.

En Matemática, mediante un problema se trata de obtener un resultado, solución o respuesta a una determinada situación planteada, donde aparecen ciertos datos o valores iniciales, realizando primero análisis de la situación que nos llevan al modelamiento o un

planteo de cierta fórmula y luego mediante un cierto desarrollo se llega a la solución o respuesta deseada.

El modelo de cómo resolver problemas según Stewart (2015), los cuales son una adaptación de lo que plantea George Polya en su libro *How to solve it*, establecen las siguientes fases:

Entender el problema: En esta fase se tiene que saber que nos piden y que es lo que se tiene como información.

Pensar en un plan: Se debe buscar una relación entre lo que se quiere obtener del problema y lo que se tiene como información o datos.

Llevar a cabo un plan: Efectuar los procedimientos del plan planteado de forma correcta.

Mirar atrás: Ver la forma como se resolvió el problema y ver que la forma como se procedió con el desarrollo podría usarse más adelante en otros problemas similares.

3. Sobre el programa GeoGebra

Según sus creadores “GeoGebra es un software de matemáticas para todo nivel educativo”. Es esencialmente un software gratuito que trabaja en forma bidireccional ya que enlaza la geometría con el álgebra, al escribir una ecuación, GeoGebra automáticamente muestra su gráfica asociada, pero no solo es esto, sino que también tiene opciones para trabajar con estadística y cálculo. GeoGebra, dinamiza el estudio de la Matemática en forma armónica ya que relaciona lo experimental con lo conceptual.

Dentro de todas las aplicaciones que tiene GeoGebra elegimos la Suite Calculadora GeoGebra para dispositivos móviles que es un aplicativo o App GeoGebra que constituye una versión que solo contiene las opciones más usadas de GeoGebra y ocupan menos espacio que la versión para computadoras. Tiene dos vistas, la algebraica y la gráfica que están conectadas dinámicamente, facilitando el dinamismo del programa permitiéndonos ver una y la otra de forma rápida.

Las opciones que tiene la Suite Calculadora GeoGebra son: Calculadora gráfica, Calculadora, Geometría, Calculo simbólico y Probabilidades.

El aplicativo GeoGebra en sus diversas variantes están disponible para teléfonos Android en la tienda Google Play Store y para teléfonos iOS en la tienda App Store, los cuales pueden ser bajados de forma gratuita y pueden ser usados sin necesidad de tener internet.

El poder del aplicativo GeoGebra radica en que resuelve fácilmente problemas matemáticos combinando el Álgebra con la Geometría. Entre sus características más importantes tenemos: • Resuelve ecuaciones, Expande y factoriza expresiones, Encuentra derivadas e integrales, muestra valores especiales de las funciones tales como raíces, mínimos, máximos e intersecciones y grafica funciones reales, paramétricas y polares. En nuestro caso trabajamos con el aplicativo Calculo Simbólico, ya que contiene las herramientas necesarias para las operaciones con expresiones algebraicas.

La importancia en nuestro caso, es de que el uso de un Sistema de Geometría Dinámica (SGD) como GeoGebra, permite integrar los procesos que intervienen en la resolución de problemas, ya que son entornos de software diseñados para incorporar la enseñanza de

contenidos matemáticos y geométricos de una manera dinámica e interactiva, es decir, genera representaciones dinámicas del problema que se pueden convertir en una fuente para explorar en la búsqueda de soluciones. Molina et all. (2021).

4. Descripción de las actividades implementadas para el desarrollo del tema de Expresiones Algebraicas

Los contenidos matemáticos de la Unidad 1 de Expresiones algebraicas son:

Definición y clasificación de las expresiones algebraicas. Valor numérico. Polinomios. Operaciones con polinomios. Algunos productos notables, factoro. Expresiones algebraicas fraccionarias. Problemas de aplicación

Esta unidad, así como todas las unidades de esta propuesta, comienzan con un problema motivador o disparador, en el que para su resolución plantea la necesidad del tema en cuestión, para luego comenzar con el desarrollo del mismo. Los problemas planteados se resuelven siguiendo los pasos de Resolución de Problemas sugeridos por Polya. Para este tema la situación problemática inicial se puede visualizar en el siguiente link:

<https://www.geogebra.org/m/rbuwmeqm> . En esta hoja dinámica de GeoGebra se puede observar como varía la caminería de la piscina al tomar distintos valores para "x", considerando que el valor de $x = 2$ representa dos cuadrados del dibujo dado anteriormente. Moviendo el punto **P** se observa lo que ocurre en la problemática dada.

El abordaje de la enseñanza de estos contenidos va acompañado de actividades a realizar con GeoGebra.

La mayoría de las/los alumnos cuentan con un celular por lo que se va explicando el uso de las distintas herramientas disponibles en GeoGebra para celular

A continuación, mostramos algunas de las actividades previstas. Como en esta unidad se trabaja con Polinomios se hizo un reconocimiento de la Barra de Herramientas CAS que permite operar con polinomios.

4.1 Ingresando los Polinomios

Para ingresar por ejemplo el polinomio, $2x^4 - 3/2 x^3 + 6x^2 - 2x + 5$, se escribe

Poli1(x)= $2x^4 - 3/2 x^3 + 6x^2 - 2x + 5$, luego se aprieta la tecla “ ↵ ”


$$\text{Poli1}(x) = 2x^4 - \frac{3}{2}x^3 + 6x^2 - 2x + 5$$

Figura 4.1 Ingreso de un polinomio en la vista CAS desde celular.Fuente elaboración propia

4.2 Operaciones con polinomios

Para realizar las distintas operaciones con polinomios se deben ingresar primero todos los polinomios que intervendrán en las mismas

4.2.1 Suma de polinomios

Para sumar o restar polinomios escribimos en la barra de ingreso de expresiones $P(x)+Q(x)$ o bien $P(x)-Q(x)$ y luego apretar la tecla “ ↵ ”

$$\begin{array}{l}
 \bullet \quad P(x) + Q(x) \\
 \rightarrow 7x^5 + 2x^4 + x^3 + x^2 + x + 6
 \end{array}$$

Figura 4.2 Suma de polinomios. Fuente elaboración propia

4.2.2 Multiplicación de polinomios

El producto de polinomios no se realiza usando solo el operador “*”, por lo que debemos usar el comando “Desarrolla” para obtener el resultado del producto de polinomios.

$$\begin{array}{l}
 \bullet \quad \text{Desarrolla}(P(x) Q(x)) \\
 \rightarrow 15x^9 + 6x^8 - 19x^7 - x^6 + 43x^5 - 7x^4 - 7x^3 + 5x^2 + 5x + 1
 \end{array}$$

Figura 4.3 Multiplicación de polinomios. Fuente elaboración propia

4.2.3 División de polinomios

Al expresar la división entre dos polinomios solo con el operador “/” solo nos devuelve la división como una fracción. Por lo que para que podamos hallar el cociente y resto, debemos utilizar el comando “División”. Al utilizar el comando “División”, colocamos donde dice “Polinomio dividendo” a P(x) y en donde dice “Polinomio divisor” a Q(x) entonces nos queda lo siguiente como lo muestra la Figura 4.4

$$\begin{array}{l}
 \bullet \quad \text{División}(P(x), Q(x)) \\
 \rightarrow \left\{ \frac{2}{5}x - \frac{2}{25}, \frac{-73}{25} \right\}
 \end{array}$$

Figura 4.4 División entre polinomios. Fuente elaboración propia

El resultado está expresado entre llaves { } y separados por una coma, el primer polinomio es el cociente y el segundo polinomio es el resto de la división.

4.3 Factorización de polinomios

Para factorizar un polinomio se debe seleccionar los comandos Factoriza o bien Factorizal. A continuación, la figura 4.5 muestra los resultados de la utilización de este comando.

$ \begin{array}{l} \bullet \quad M(x) = 5x^2 - 3x - 2 \\ \text{Factoriza}(M(x)) \\ \rightarrow (x-1)(5x+2) \end{array} $	$ \begin{array}{l} \bullet \quad N(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + 6 \\ \text{Factoriza}(N(x)) \\ \rightarrow (x-3)(x^2-2) \end{array} $
$ \begin{array}{l} \bullet \quad \text{Factorizal}(x^2 - y^2) \\ \rightarrow (x-y)(x+y) \\ \bullet \quad \text{Factorizal}(m^3 - n^3, m) \\ \rightarrow (m-n)(m^2 + mn + n^2) \end{array} $	

Figura 4.5 Factorización de polinomios. Fuente elaboración propia

4.4 Teorema del Resto

Para la aplicación del Teorema del Resto se puede utilizar el comando Sustituye

$$P(x) = 5 + \frac{13}{2}x - \frac{13}{2}x^2 + x^3$$

$$\rightarrow x^3 - \frac{13}{2}x^2 + \frac{13}{2}x + 5$$

Sustituye(P(x), x, 2)

$$\rightarrow 0$$

Sustituye(P(x), x, 3)

$$\rightarrow -7$$

Figura 4.6 Teorema del Resto con el comando Sustituye. Fuente elaboración propia

4.5 Ceros o raíces de un polinomio

Los ceros o raíces de un polinomio se pueden determinar usando el comando “Resuelve” o también el comando “Raíz”. La figura 4.7 muestra los resultados que arroja el programa según se use uno u otro comando.

Raiz(P(x))

$$\rightarrow \left\{ x = -\frac{1}{2}, x = 2, x = 5 \right\}$$

Resuelve(P(x))

$$\rightarrow \left\{ x = -\frac{1}{2}, x = 2, x = 5 \right\}$$

Figura 4.7 Ceros o raíces de un polinomio usando los comandos “Resuelve” o “Raíz”.

Fuente elaboración propia

4.6 Operaciones con Expresiones algebraicas fraccionarias

Cuando realizamos operaciones (suma, multiplicación o división) de expresiones algebraicas fraccionarias, usamos directamente los operadores +, * o / y luego hacemos enter. En tal caso el resultado es una expresión algebraica fraccionaria, la que podemos llevar a una mínima expresión utilizando el comando “Simplifica” tal como se muestra en la figura 4.8

$$f(x) = \frac{2}{x^2 - 9} + \frac{x^2 + x}{x^3 + 6x^2 + 9x}$$

$$\rightarrow \frac{x^2 + 3}{x^3 + 3x^2 - 9x - 27}$$

Simplifica(f(x))

$$\rightarrow \frac{x^2 + 3}{(x - 3)(x + 3)^2}$$

Figura 4.8 Operaciones y simplificación de expresiones algebraicas fraccionarias. Fuente elaboración propia

5. Metodología

Se eligió una metodología de tipo descriptiva. La población considerada fue de 70 alumnos de los que se tomó una muestra aleatoria al azar de 28 alumnos. Para recabar la información sobre la valoración de las / los alumnos respecto a esta experiencia se implementó una encuesta online compuesta por 13 ítems organizados en tres secciones: Utilización del programa GeoGebra, Evaluación del material didáctico elaborado y Metodología de enseñanza con GeoGebra con celular. Las respuestas a los indicadores de la 2º sección, se midieron en una escala de valoración compuesta por 4 opciones (muy bueno, bueno, regular y malo). Las respuestas a los indicadores de la 3º sección fueron respuestas abiertas.

6. Resultados

A continuación, mostraremos los resultados de la encuesta online impartida a las/los alumnos participantes en el Proyecto.

Con respecto a las respuestas de la primera sección del cuestionario que indagaban sobre el conocimiento del uso del GeoGebra y su valoración sobre el mismo en la propuesta realizada, podemos decir:

La figura 6.1 muestra el grafico de la distribución porcentual de las respuestas a los indicadores de la 1º sección referida al conocimiento, uso y valoración del programa GeoGebra.

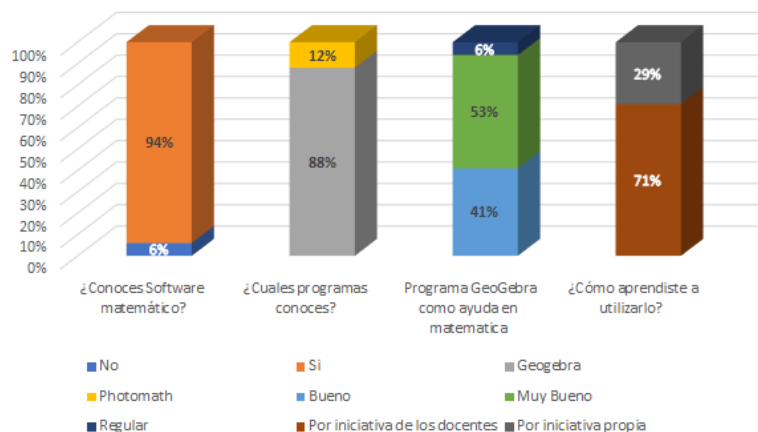


Figura 6.1: Distribución porcentual de del conocimiento, uso y valoración del programa GeoGebra. Fuente elaboración propia

De los gráficos presentados podemos apreciar que la mayoría de las/los participantes (94%) ya conoce o utiliza algún Programa Matemático. También el 71% de las/los participantes dijo haber utilizado el Programa Matemático por iniciativa de sus docentes, pero no por iniciativa propia. El 88% de las/los participantes conocen el Programa GeoGebra y solo un 12% conoce el Programa Photomath.

El 53% de las/los participantes valoran como Muy Bueno al Programa GeoGebra como apoyo al aprendizaje de la Matemática, el 41% lo valora como Bueno.

Las respuestas de las/los participantes a las preguntas de la **2ª Sección de la encuesta** referida a la valoración sobre los materiales teóricos y prácticos elaborados y las actividades diseñadas se muestran a continuación contenidas en la Figura 6.2

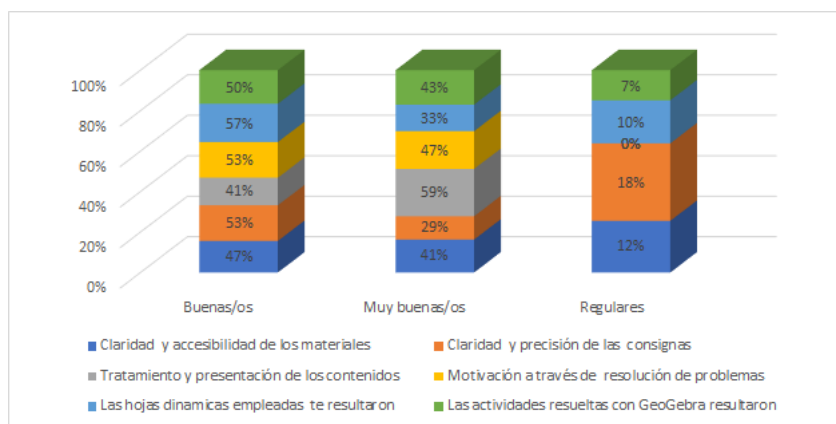


Figura 6.2 Distribución porcentual de la valoración sobre los materiales teóricos y prácticos elaborados y las actividades diseñadas

A partir del gráfico expuesto podemos decir que existe un gran porcentaje (más del 90%) de valoraciones Muy Buenas y Buenas para cada uno de los ítems comprendidos en esta sección.

Las respuestas de las preguntas de la **Sección 3** referidas a la mención de aspectos negativos y positivos sobre los materiales y metodologías empleadas, fueron las siguientes:

Con respecto al aspecto negativo, respondieron que algunos conceptos necesitan un mayor desarrollo.

Con respecto a los aspectos positivos las/los participantes expresaron lo siguiente:

La metodología empleada fue dinámica, el material muy bueno y el apoyo con el GeoGebra es importante ya que ayuda a realizar los ejercicios con precisión, permite comprender mejor los conceptos y ayuda a la verificación de las actividades realizadas en lápiz y papel.

Conclusiones

La utilización de la App de GeoGebra para celular nos permite incorporar la tecnología al aula sin costos de implementación. Y como la mayoría de las/ los alumnos tienen celular resulta una aplicación gratuita la cual se puede aprovechar al máximo. La resolución de un problema matemático va más allá de aplicar un procedimiento mecánico o algorítmico. Es necesario que el estudiante adquiera un hábito de cuestionamiento, mediante el cual pueda resolver problemas. En este sentido el uso de un Sistema de Geometría Dinámica (SGD) como GeoGebra, permitirá integrar los procesos que intervienen en la resolución de problemas.

Además, de acuerdo a los resultados mostrados podemos decir que existe una valoración positiva sobre los materiales elaborados, las actividades y la resolución de problemas apoyados con GeoGebra.

Referencias

- Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B e Hidalgo, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica ESPOL (RTE)*, 28 (5), 121-132. Recuperado de <http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429>
- Cáceres, R., Roy, A. & Zachman, P. (2013). Apps móviles como herramientas de apoyo al aprendizaje matemático informal en Educación Superior. En *VIII Congreso de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología* (pp. 1- 9). La Plata: Universidad Nacional de La Plata y RedUNCI. Recuperado desde <http://hdl.handle.net/10915/27556>
- Carrillo, A. (2012). El dinamismo de GeoGebra. *UNION: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 29, 9-22. Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2012/29/archivo5.pdf>
- Costa, J. (2011). Plataforma de matematización en un entorno GeoGebra dentro de un planteamiento didáctico «desde abajo hacia arriba». *Enseñanza de las Ciencias*, 29 (1), 101–114. Recuperado de <https://pdfs.semanticscholar.org/fd66/ea3ece99897c5c43600b8f9e29b3bd4bd060.pdf>

- Fiallo, J. y Parada, S. (2014). Curso de Pre cálculo apoyado en el uso de GeoGebra para el desarrollo del pensamiento variacional. *Revista Científica* 20, 56-71. Recuperado de <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/7689>
- Fombona Cadavieco, J., & Rodil Pérez, F. (2018). Niveles de uso y aceptación de los dispositivos móviles en el aula. *Pixel Bit*, (52), 21–35.
- García, D., Martínez, M y Flores, J. (2018). Génesis instrumental de la razón de cambio instantánea mediada por GeoGebra. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31 (2), 1876-1883.
- Garelik y Montenegro (2015). Un problema de movimiento parabólico en Cálculo con uso de GeoGebra. *VI Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación Virtual y a Distancia*.
- Göksu, I., & Atici, B. (2013). Need For Mobile Learning: Technologies and Opportunities. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 103, 685–694
- Jiménez, J. y Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4 (7). Recuperado de <http://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654/736>
- Kumar, B. A., & Mohite, P. (2018). Usability of mobile learning applications: a systematic literature review. *Journal of Computers in Education*, 5(1). <http://doi.org/https://doi.org/10.1007/s40692-017-0093-6>
- Molina, M., Rodríguez Anido, M. Guanuco, M. (2022). Fortaleciendo las trayectorias en el nivel secundario de contenidos matemáticos desde la perspectiva de Resolución de problemas apoyados con GeoGebra. *En el Encuentro de V Día GeoGebra Argentina. Santiago del Estero. Argentina*.
- Pabón, J., Nieto, Z., Gómez C. (2015). Modelación matemática y GEOGEBRA en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. *Revista Logos, Ciencia y Tecnología*, 7 (1), 64-70. Recuperado de <https://pdfs.semanticscholar.org/c0fe/40089e49f0a91fda74351ccc917727e24776.pdf>
- Ramos, A., Herrera, J. y Ramírez, M. (2010). Desarrollo de habilidades cognitivas con aprendizaje móvil: un estudio de caso. *Revista Comunicar*, 34, 201-209
- Ruiz, L., Del Rivero, S. y Valenzuela, H. (2018). GeoGebra: auto regulador del aprendizaje en conocimientos previos en cálculo diferencial. *Revista Entorno Académico* 20, 15-2. Recuperado de http://www.itesca.edu.mx/publicaciones/entorno/Entorno_Academico_20_Enero_2018.pdf

Saucedo, R., Godoy, J., Fraire, R. y Herrera, H. (2014). Enseñanza de las integrales aplicadas con GeoGebra. *El Cálculo y su Enseñanza* 5 (5), 125-138. Recuperado de http://mattec.matedu.cinvestav.mx/el_calculo/data/docs/P8.bbf0a982b7788f.pdf

Stewart J., Redlin L. y Watson S. (2015). *Precalculus: Mathematics for Calculus. 7th Edition*. Boston, U.S.A. CENGAGE Learning.